数学 II 計算力チェック

3 年＿＿＿組＿＿＿番　名前＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

1. 関数 $f(x) = x^2 + x - 6$ とする。次に定める図形の面積を求めよ。

(1) $y = f(x)$ と x 軸で囲まれる

(2) $y = f(x)$ と x 軸，y 軸，$x = 3$ で囲まれる

013　解説

1 関数 $f(x)=x^2+x-6$

$f(x)=0$ として解くと、

$(x+3)(x-2)=0$ より $x=-3,\ 2$

$y=f(x)$ のグラフは下に凸なので

$x<-3, x>2$ で $f(x)>0$ であり、

$-3\leq x\leq 2$ で $f(x)\leq 0$ である。

(1) 積分範囲は $-3\leq x\leq 2$

$-3\leq x\leq 2$ で $f(x)\leq 0$ なので、

$$
\begin{aligned}
S &= \int_{-3}^{2} -(x^2+x-6)dx \\
&= \left[-\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}+6x\right]_{-3}^{2} \\
&= \left(-\frac{8}{3}-2+12\right)-\left(9-\frac{9}{2}-18\right) \\
&= \frac{11}{6}+10+9=\frac{125}{6}
\end{aligned}
$$

(2) y 軸は直線 $x=0$。また、$y=f(x)$ は

$x<-3, x>2$ で $f(x)>0$ であり、

$-3\leq x\leq 2$ で $f(x)\leq 0$ であるから、

求める面積 S は、$0\leq x\leq 3$ の範囲より

$$
\begin{aligned}
S &= \int_{0}^{2} -(x^2+x-6)dx \\
&\qquad + \int_{2}^{3} (x^2+x-6)dx \\
&= \left[-\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}+6x\right]_{0}^{2}+\left[\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}-6x\right]_{2}^{3} \\
&= \left(-\frac{8}{3}-2+12\right)-0 \\
&\qquad +\left(9+\frac{9}{2}-18\right)-\left(\frac{8}{3}+2-12\right) \\
&= -\frac{16}{3}+\frac{9}{2}+11=-\frac{5}{6}+11=\frac{61}{6}
\end{aligned}
$$